まえがき

よく知られているように，日本の子どもたちに数学嫌いが多いことは顕著です．たとえば，2015 年度の TIMSS（国際数学・理科教育動向調査）で 8 年生（日本の中学 2 年相当）の結果が報告されていますが，「数学は大好き」が日本は 9%（国際平均は 22%）である一方で，「数学は好きではない」が 59%（国際平均 38%）になります．さらに同結果報告で，「数学をとても信頼」が日本は 5%（国際平均 14%）である一方で，「数学を信頼していない」が 63%（国際平均 43%）になります．

来たる AI 時代に向けて，内外を問わず「数学の学びは益々重要になる」と言われている現在において，まず上記の結果を改善しなくては数学教育の発展は難しいでしょう．私自身は 1990 年代の半ばから，数学教育の改善に向けてさまざまな試行錯誤を重ねてきました．

「ゆとり教育」の見直しのきっかけになった『分数ができない大学生』（東洋経済新報社）では「数学は役に立たないのか」という章を担当し，数学の応用面の面白さをいろいろな角度から紹介しました．また，何冊かの拙著によって生きた題材による数学の面白さを紹介し，合わせて 200 校を超える小・中・高校での出前授業，あるいは 200 か所以上での教員研修会での講演もお引き受けしてきました．

「ゆとり教育」が見直されるようになってからは，おもに著書・新聞・雑誌等で「数学マークシート式問題」の問題点と「数学記述式問題」の意義を訴えることに軸足を移して活動してきました．そして教える大学が，東京理科大学理学部から桜美林大学リベラルアーツ学群に移ってからは，リベラルアーツの視点からも数学を発信し（拙著『リベラルアーツの学び』（岩波ジュニア新書）を参照），また数学嫌いの大学生に向けた講義を積極的に展開してきました．

実際，学生の就職状況がまだ悪かった 2010 年ごろ，私は桜美林大学で就職委員長としての立場から「就活の算数」という夜間のボランティア授業を，週 8 コマ前後の通常の授業と合わせて後期の毎週木曜日に行っていました．その授

業を通してとくに注目したことは，多項式の範囲での微積分の計算はできても，比と割合の概念が分かっていない学生が予想外に多くいたことです．グローバル化が進んだ 21 世紀になってから，「%」を通して分析する見方が益々重要になってきただけに，この問題は軽視できないと考えました．その原因を学生に対するさまざまな質問等によって確かめたところ，国語的な表現の理解にも問題があるほか，理解を無視した「やり方」の暗記に頼る教育を最初から受けてきたことに大きな原因があることを悟りました．

前後して，桜美林大学に勤めて実感した重要なことがあります．それは，本学は伝統的にボランティア活動が盛んな大学で，数学の成績はともかく，思いやりの精神が旺盛で授業態度も素晴らしい学生が多く在籍しています．そのような態度が立派な学生にも，数学嫌いが少なくないことに心が痛む思いがしました．

日本の数学教育全般を眺めて見ると，小学校の算数教育が重要であるにも関わらず，それを軽んじている社会全体の意識を残念に思うことがあります．算数教育の現場に目を向けると，理解に苦しむ指導法がいろいろ目につきます．マークシート式問題が全盛で記述式問題が軽視される時代を反映して，数学は答えや性質を導く教科であるにも関わらず，「やり方」を覚えて答えを当てる教科だと勘違いされている面もあります．また「ゆとり教育」時代の算数教科書には，18 ページの表で示すように本質的な問題点もありました．

本書は，上で述べてきたことの反省の視点に立って，AI 時代の算数指導書の一つの提案を示すものです．とくに 1 章では，算数教育に関する基本的で重要な考え方をまとめました．1 節から 18 節までの趣旨を簡単に紹介しましょう．

1 節：考えることが大切な算数・数学で，わざわざ苦手意識を植えつけることは，考えることを委縮させてしまって思いのほかマイナスになること．

2 節：1 節の反対で，努力する姿勢を褒めたり成功体験による自信を持たせ

たりすると，思いのほかプラスになること．

3 節：「数学が苦手な生徒はマークシート問題だけ解ければよい」という指導は，子どもたちの心を傷つけるばかりか，数学の面白さを誤解させてしまうこと．

4 節：AI 時代においては新しいものを創造することがとくに大切であり，そのために算数・数学の学びにおける試行錯誤が大切であること．

5 節：数学の記号や数式を嫌う人たちは多いが，記号は言葉であって，数式は文章であることを冷静に認識すべきであること．

6 節：バランスの良い食生活を参考にするまでもなく，多様な計算練習が大切で，最初からスピードアップを図る計算練習は“事故のもと”になること．

7 節：人間は神様ではないので，算数・数学においては見直す力をつけることも大切で，時間を置いてからの見直しは意外と効果があること．

8 節：算数・数学は言葉の定義から論理的に組み立てる教科であり，「やり方」の暗記を優先して，言葉の定義を忘れてはならないこと．

9 節：長年の数学教育の経験から，「すべて」と「ある」の言葉の使い方の理解は大切で，それは算数教育から始まること．

10 節：物事の理解は視覚も利用すると効果的であり，図を描いて考える場合にはおもに 4 つの型があること．

11 節：場合分けして考えることは，それぞれに強い条件を付けることになるが，場合分けがなるべく問題の本質を突くように心掛けること．

12 節：最初は下手であっても全文を書く練習を積むことによって，論理的な説明文を書く力は必ず向上すること．

13 節：算数・数学は特殊な教科で，「分からないとことが分からない」という子どもたちはむしろ普通で，その視点に立って指導することが大切であること．

14 節：最近のスマホゲームは 3D 画像であっても平面上のゲームであり，昔の玩具のように空間認識力を高めるものとは違う点に留意すること．

15 節：初等中等教育における算数・数学の教育では，一般論でなく具体例による説明で納得させる事項もいろいろある点に留意すること．

16 節：応用例を示すとき，なるべく生きた題材によるものの方が子どもたちの興味・関心を高めるのであり，その立場から応用例を探す意識をもつこと．

17 節：応用数学者でもある数学教育者のジョン・ペリーの講演録を掲載し，算数・数学の学びは誰にとっても役立つという主張を理解すること．

18 節：AI 時代に必要な算数・数学の学びは，AI と競うかのような「やり方」暗記の学びではなく，「理解」と「応用」を大切にする学びであること．

2 章から 5 章までは，算数教育として扱うほとんどの項目，およびそれらを発展させた項目に関する指導法について述べました．一部，時計の読み方やそろばんなどは扱っていないことをお許しください．発展させた項目にはレベルの高い内容もありますが，多くはかつて学習指導要領にも含まれたことのある内容です．参考までに，現行の小学校学習指導要領（算数編）を付録として巻末に掲載しました．

全体的に，視覚的な理解を重んじる立場から参考になる図を多く入れました．また，昔から鶴亀算などの名前のついた文章題の数々を，対応する章で紹介しました．さらに，いわゆるアクティブラーニングも意識して，興味・関心を高めるような生きた題材をところどころで紹介しました．以下，各章の特徴および注意点を述べましょう．

2 章「数と計算」では整数の誕生から始まり，足し算・引き算・掛け算・割り算を整数の範囲で導入し，その上で四則混合計算の規則，交換法則，結合法則，分配法則を紹介します．そして小数および分数を，計算を含めて導入しますが，とくに分数に関する計算は一般的に述べたこともあって，やや分かりにくい面もあるかも知れません．そのあたりは，具体例で理解しても構わないという考

えをもっていただければ幸いです．学習指導要領に最近加わった文字についても述べますが，発展的な内容として紹介する素因数分解や 2 進数などは，かつての指導要領に含まれていたものです．

3 章「図形」では，平面図形で扱ういくつかの言葉の定義をしっかり述べることから始まり，多角形，角度，面積，円と進んでいきます．それらの中では，とくに面積の理解を応用例も交えて重視しました．その後で，図形の合同や拡大図・縮小図へと進みますが，三角形の合同条件を理解できるようなていねいな説明をします．また，大学生でも間違いやすい「縮尺」の考え方もていねいに説明します．方眼法を含めた拡大図・縮小図の応用例は，アクティブラーニングの適当な題材になるものと考えます．最後の節では立体図形を扱いますが，とくに 1 章 14 節で述べたことを留意して読んでもらいたいところです．

4 章「量と変化」では，物理的な量による比例・反比例はグラフを利用して理解するように述べます．概数による概算も合わせて紹介します．その一方で，大学生も苦手とする「時間・距離・速さ」と「比と割合」については，大人になっても困らないように根本の理解を重視して説明します．そして「平均」という考え方も合わせて紹介します．この章の内容には，流水算などの昔からある名前のついた文章題も多く，いろいろな問題を紹介しました．

5 章「場合の数とデータの活用」では，いわゆる順列・組合せ・確率の基礎となる内容，および統計分野の積極的な導入が要点となります．前者では，樹形図などの図を用いて，一つずつミスなく数えることが大切です．後者では，棒グラフ，折れ線グラフ，帯グラフ，円グラフの特徴を理解することのほか，棒グラフから派生した柱状グラフ（ヒストグラム）の理解を図ります．とくに統計分野では，いくつもある専門用語の理解と，実際にさまざまなデータを用いて学ぶことが求められます．

最後に本書は，90 年代からいろいろお世話になっている編集担当の佐藤大器さんが，全力で校正作業を行ってくださったことがあって完成しました．ここに深く感謝する次第です．

2019 年 7 月

芳沢光雄

第1章

基本的な考え方

1.1 算数・数学に苦手意識を植えつけてはならない

大学の教員になって 2019 年 3 月でちょうど 41 年になり，その間，学習院大学理学部，城西大学理学部，慶應義塾大学商学部，東京理科大学理学部，そして現在の桜美林大学リベラルアーツ学群などの専任教員のほか，岩手大学，法政大学，東京女子大学，東京電機大学，そして現在の同志社大学理工学部などの非常勤講師とを合わせて，のべ約 1 万 5 千人の文系・理系の大学生をほぼ半分ずつ指導してきました．これらにおける経験は，数学教育を語るときには大きな財産になっていることは確かです．

それらとは別に，学生時代から大学院生時代，さらにその後しばらくの間，算数・数学に関するたくさんの家庭教師を引き受けてきました．親御さんからの要望は，入試に合格することや日頃の成績の向上などですが，打ち合わせのときに親御さんの勉強についての考えなどをよく聞きます．意外と多いのが，家系的に算数・数学が得意とか苦手とかということで，どちらの発言にもとまどうことがしばしばです．

「家系的に得意」という場合はおもに，現在与えられている算数・数学の教育環境が子どもにはマッチしていないので，適切な指導を要望するものです．学校や塾の先生の指導法に対する違和感を聞かされる場合が多いのですが，一週間が，ピアノ，お絵かき，バイオリン，水泳，塾，などのおけいこ事でふさがっていて，算数・数学の学びにゆっくり時間をつくってもらうことが不可能な場合も少なくなかったことを思い出します．

「家系的に苦手」という場合はおもに，親御さん自身は苦手だったものの，子どもには算数・数学の学びで苦労させたくないというもので，話し方は意外と謙虚です．しかし，この謙虚な発言がお子さんのいるところでされることもあって，困惑したことがありました．この種の発言を多くの場面でされているようで，お子さんは「自分は血筋から算数・数学は苦手」と決めつけてしまうのです．それに対して，「自らが例外となって，算数・数学を得意になってみよう」と発奮されるお子さんはほとんどいないようです．

実際，現在教鞭を執っている桜美林大学はもともと文系中心であったこともあり，数学嫌いな大学生が多く在籍しています．その中には，「家系的に数学は

苦手」という意識を子どもの頃から植えつけられた学生も少なからずいます．何年か前に桜美林大学の学生から得たアンケート結果をもとにして，『人はなぜ数学が嫌いになるのか』（PHP サイエンス・ワールド新書）を出版しましたが，まとめ方にもう一工夫すれば良かったと反省しています．

暗記科目の場合は，暗記にかけた時間に比例して記憶量は増していくでしょう．したがって，自らに「暗記は苦手」という暗示をかけたところで，時間をかければ記憶量は増えるものです．ところが算数・数学に関しては，「自分は家系的に苦手」という暗示をかけると，問題を少し考えただけで「自分には解けないかも知れない」という不安感が高まって，考えることをストップしてしまいます．

これが一番の問題点で，「苦手」という暗示があまり影響しない暗記科目に比べて，「苦手」という暗示が大きく影響する算数・数学のマイナス面が現れてしまうのです．本来は，考えることをストップさせるような暗示ではなく，考えることを続けさせる「励まし」を求めたいのです．

日本には，上で述べたような家系的にものをいうこととは別に，性別的に何かをいうことも少なくありません．算数・数学に関しては，古くから「女子は理数系に不向き」という困った迷信があります．一昔前のデータですが，『国立教育研究所紀要』第 119 集（1991 年）によれば，高校三年生で理数系クラスに在籍する女子の割合は日本だけ約 2 割で，他の国はすべて 4 割ぐらいありました．現在，この状況は若干改善されてきたものの，根本的に大きく変化したとは考えられません．

振り返って，私が 22 年間所属した理学部数学科の成績優等生のほとんどが女子でした．イタリアやイランでは，数学科に在籍する女子学生の総数は男子学生を上回っているぐらいです．

そのような事実を知っているだけに，かつて家庭教師宅の親御さんから，「ウチの子は女の子なので理数系は無理としても，大学の文学部にはぜひ行かせたいです」とお子さんの前で言われると，「家系的に苦手」という暗示と同じように聞こえてしまいました．上で述べたような，数学の苦手意識を植えつけるような暗示は慎みたいものです．

私が尊敬する歴史的な数学者にエンミー・ネーター（1882–1935）という女性数学者がいました．素因数分解の概念を抽象化させたイデアル論というものの研究は，代数学の歴史において特筆すべきものです．彼女の存在ゆえにゲッチンゲン大学で，女子も正規学生となることができ，さらに女子も大学の教員になることができるようになったのです．

1.2 努力する姿勢と成功体験による自信

何ごとも努力なしで向上するものはありません．これには，努力している意識はないものの，好きになって夢中に取り組んでいる対象も含みます．もっとも，努力している姿を他人に堂々と見せる人もいれば，見せない人もいるでしょう．

現在現在教鞭を執っている桜美林大学で数学の教職を目指す学生の中には，大学入学時には高校で習う「数学 III」や「数学 C」を学んでいない学生もいます．そのような学生には 1 年次の教職課程のガイダンス以降，私はそれらの高校数学科目をまず全力で学ぶように指示して，必要な場合には参考になる拙著をプレゼントして励まします．それから半年後に小テストをして成果を見ると，努力の結果がはっきりと分かります．成果が現れた学生には努力を誉めると，それが励みとなって大学の数学も真剣に取り組み波に乗るようです．

大学生に対する指導でもそうであるので，まして小学生に対する指導ではなおさらで，一般に「努力を誉めるとプラスに作用」するものです．これは私の言葉ではなく，小学生時代（慶應義塾幼稚舎）の 6 年間お世話になった担任の先生のお言葉です．その先生が担任であった幼稚舎の卒業生には，慶應義塾大学長を歴任された安西祐一郎さんほか，社会で活躍された多くの方々がいます．ちなみに，私自身が桜美林大学で算数・数学が苦手な大学生に対しても生き甲斐を感じながら全力で指導ができるのはその先生のお陰で，勉強の苦手な生徒に対する心配りを幼少時に見習いながら育ったからだと考えています．ここまでに述べてきたことは，恐らくあらゆるジャンルで言えることでしょう．

前節では算数・数学は「苦手」という暗示を子どもたちに植えつけることの

マイナス面を述べましたが，反対に「やればできる！」という自信を子どもたちにもってもらうことのプラス面を指摘したいと思います．

そのような自信をもって問題に取り組むと，諦めないで時間をかけて考え抜くことができます．それで解くことができれば素晴らしいですが，仮に正解までたどり着かなくても，時間をかけて考えた部分は面として広がっています．それゆえ，その段階から正解までの道順を教えてもらうと，着実に自分のものになるのです．

ところが，問題を見てすぐに諦めてしまい，その段階から正解までの道順を教えてもらうと，出発点から正解までの細い一本の道順しか頭に残らないことになります．したがって両者を比較すると，前者の場合は正解までの道順が面として広がっているので応用問題にも適応できますが，後者の場合は正解までの一本の道だけが頭に残っているので応用問題には適応できません．

上で述べたことは，山道で迷った登山者や車道で迷った運転手さんが，いろいろ迷った後に正しい道順を知る場合と，ちょっと迷った段階ですぐに正しい道順を知る場合とを比べてみる，たとえ話としても理解できるでしょう．

それでは本節の最後に，算数・数学について苦手意識の強い生徒や学生に対して，どのようにして自信をもつように指導するかについて，私自身の経験から編み出した方法を述べましょう．学生・大学院生時代から家庭教師として 100 人近くの生徒や，大学教員（非常勤講師を含む）として文系・理系合わせて授業で指導した約 1 万 5 千人の学生，200 校を超える小・中・高校での出前授業，それらを通して一つの方法しかありません．

それは，まずいくつかの質問によって，どこまで分かってどこからが分からないのか，というつまずきの箇所をすばやく見つけ出すことです．そのためには，生徒や学生の表情をうかがうことは当然として，相手の立場に立って心の中の様子も理解するように努めます．ちなみに桜美林大学でも，「大学の先生なのに，小学校の先生みたいにしょっちゅう挙手させる人」と学生に言われています．

そのようなつまずきの箇所を見つけてから，生徒や学生が解けそうなギリギリの問題から始めて，褒め言葉を交えて自信をもたせながら，徐々にレベル

アップさせていくのです．この過程において，「解けそうなギリギリの問題を瞬時に頭の中で見つけ出すところが良い」と生徒や学生から言われます．どうも，このあたりの指導が一つの要点になると考えています．

1.3 「数学が苦手な生徒はマークシート問題だけ解ければよい」という迷信

世間には，「数学が苦手な生徒はマークシート問題だけ解ければよい．記述式の問題を解くのは，数学が得意な生徒だけで十分である」という“迷信” が一部にあります．これに関して桜美林大学の学生にいろいろ尋ねたこともありますが，ある学生が述べた次の回答には目が覚める思いがしました．

> 「たしかに試験の点数を取ることを考えるとマークシート問題の方が便利かも知れません．しかし苦手な者でも，本心は時間をかけてでも数学を本当によく理解したいのです．苦手な者は理解する必要はなく，答えの当て方だけ覚えて試験にパスすりゃいいじゃないか，という苦手な者を少しバカにする態度がなくならない限り，大多数の生徒が数学好きになることはないと思います．理解の遅い生徒にマッチした教育体制もとれるように，日本の制度を変えてほしいです」

この学生の回答こそが，日本の算数・数学教育にある本質的な問題点を突いているのです．そこで，数学マークシート問題の問題点を簡単に述べましょう．

$xyz=1$ ならば，

$$\frac{2x}{xy+x+1}+\frac{2y}{yz+y+1}+\frac{2z}{zx+z+1}=\square \quad \cdots (*)$$

という問題を考えるとき，

$$x=y=z=1$$

という特殊な状況を仮定すると，$(*)$ の左辺は

$$\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}$$

となって，答えの 2 がばれてしまいます．

本来ならば，$xyz=1$ という条件から導かれる文字式を（＊）に代入して，少し長い文字計算を経て，最後に $\square=2$ を導くのです．要するに，上で示した解答はマークシート式試験だと，答えだけで採点するので満点です．しかし記述式試験のときは，$xyz=1$ を満たすすべての場合については論じていないので，0 点の解答です．

数学マークシート問題の問題点は，上で紹介した「文字に具体的な数値を代入して答えを当てる」という核心的な裏技の他にもいろいろあります．「学習指導要領の範囲から答えを当てる」というものもあります．それは，試験範囲が「高校数学 II」までならば，

$$\sin(\square x) \quad \text{とか} \quad \int x^{\square} dx$$

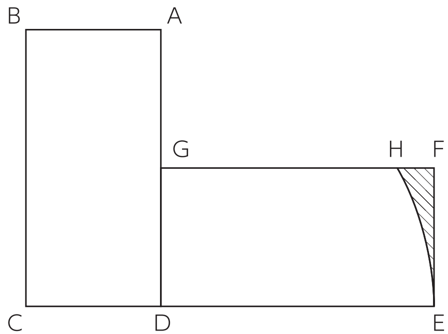
という □ に数字を入れる問題では，学習指導要領の範囲からどちらの □ にも 3 以上の整数は入りません．そこで，$\square=2$ という答えを書けば，ほぼ正解になります（$\square=1$ という正解はまずない）．実際，1990 年代に大学入試センター試験で出題された $\sin(\square x)$ は全部で 9 題あって，すべて $\square=2$ でした．

他にも，大小の性質を利用して答えを見つける方法もあります．某県の教員採用試験で出題された次のマークシート問題を見てください．

問題　四角形 ABCD と DEFG は，どちらも 2 つの辺の長さが 1 と 2 の長方形で，点 G は辺 AD の中点である．いま長方形 DEFG を固定して，点 D を中心として長方形 ABCD を右にゆっくり回転させ，長方形 DEFG と重なったところで止める．このとき長方形 DEFG において，線分 AD が回転して通った部分と重ならない斜線部分の面積を求めよ．なお，π は円周率（約 3.14）である．

解答群：　（ア）$\dfrac{6-\pi+\sqrt{3}}{3}$　（イ）$\dfrac{6-2\pi+\sqrt{3}}{3}$　（ウ）$\dfrac{12-\pi-3\sqrt{3}}{3}$

（エ）$\dfrac{12-2\pi-3\sqrt{3}}{6}$　（オ）$\dfrac{12-2\pi+3\sqrt{3}}{6}$



裏技の解答として，辺 GF の中点を M とすると，直角をはさむ 1 辺の長さが 1 の直角二等辺三角形 MEF の面積は 0.5 です．また，求める斜線部分の面積はそれよりだいぶ小さいように見えます．そこで，近似値

$$\pi \fallingdotseq 3.1, \quad \sqrt{3} \fallingdotseq 1.7$$

を（ア），（イ），（ウ），（エ），（オ）それぞれに代入してみると，（ア），（ウ），（オ）は 0.5 より大きく，（イ）はほぼ 0.5 であることが分かります．したがって，答えは（エ）となります．

ちなみに問題の正しい解答は，線分 GD と線分 HD の長さはそれぞれ 1 と 2 なので，角 HDE は 30° であることが分かります．そこで，三角形 GDH と扇形 HDE の面積が求まるので，正解の（エ）が導かれるのです．本来は，このような考え方に沿って一歩ずつしっかり記述しなくてはなりません．

上で述べてきたことを踏まえて話を冒頭の “迷信” に戻すと，要するに「数学が苦手な生徒は，プロセスはいい加減でもマークシート問題で答えを適当に当てて，点をとって終らせればいいじゃないか」となるのです．このような考え方を一般化させた「目的のためには手段を選ばず，結果が良ければそれで OK」という考えが，日本国中に蔓延している現状にも目を向ける必要があるかも知れません．

先ほどの学生の回答は，そこまで一般化して捉えているのではなく，「本来，数学は一歩ずつ理解して積み上げていく学問ではないか」という数学のあるべ

き姿との矛盾に目を向けているのです．さらに，その矛盾を解決させるためには，算数・数学の学習内容が学年配当式になっている日本の教育システムを抜本的に改革し，諸外国にあるような年齢とは無関係に，「理解に応じたカリキュラム」で学ぶシステムへの移行を期待するものなのです．

それに応えるためには，国が数学という教科の重要性と特殊性を鑑みて，重大な決意をもって数学教育改革を起こす必要があるでしょう．私自身は今後とも，この大きな課題を忘れずに生きていくつもりです．

さて，本書の主題である算数教育への影響を考えると，冒頭の "迷信" は数学教育に留まらず算数教育にも悪影響を及ぼしています．すなわち，「算数なんかは，理屈はどうでも，適当に答えを当てればいいじゃないか」という困った考えが，保護者の間にも広く浸透しています．私がここ数年，ことあるごとに「算数・数学は答えを当てるものではなく，答えを導くもの」と発言したり書いたりしているのは，その考えがこれ以上広がるのを阻みたいからです．

その目的はおもに二つあります．一つは，算数・数学は「数」という客観的なものを用いて，物事を論理的にしっかり説明する力を育みます．グローバル化や AI の時代には，この力は益々必要なものになります．その力は，「理屈はどうでも，適当に答えを当てればいいじゃないか」という考えではほとんど育まれません．「論理的に一歩ずつ積み上げて答えを導く」という考えをもってこそ，その力は育まれるのです．

もう一つは，「算数なんかは，理屈はどうでも，適当に答えを当てればいいじゃないか」という考えは，「算数・数学は『やり方』を覚えて真似をする教科である」という短絡的な発想に陥って問題を取り組んでしまうことに繋がります．

この発想に陥って問題を取り組んでいくと，しばらくは試験の成績は悪くならずにステップアップしていきます．ところが「やり方」を忘れてしまうと，年月の経過とともに基本的な問題ですら解けなくなってしまう，という弊害が徐々に現れてきます．これは当面の受験指導をしている学校や学習塾の先生方，あるいは大学で基礎的な数学の学び直しの授業を担当した経験がない先生方では，なかなか気づくことが難しいことなのです．それでは，その「きっかけ」

と「気づいた内容」の例を以下に述べましょう．

大学生の就職状況がまだ悪かった 2010 年ごろ，私は桜美林大学で就職委員長としての立場から「就活の算数」という夜間のボランティア授業を，後期の毎週木曜日に行っていました．正規の授業と合わせて週に 10 コマ近い授業ゆえに苦労もあったものの，学生が算数・論理などの非言語適性検査問題を解けるようにすることを目標にしただけに，頑張り続けることができました．その授業内容は拙著『就活の算数』（セブン＆アイ出版）にまとめてありますが，私が「ボランティア」ならば学生は「単位認定ナシ」でした．2 年間で受講したのべ 1000 人近くの学生の感想には感激したコメントが圧倒的に多く，昔の寺子屋を想像したほどです．

その授業を通してとくに注目したことは，多項式の範囲での微積分の計算は得意であっても，比と割合の概念が分かっていない学生が予想外に多くいたことです．その原因を学生に対するさまざまな質問によって確かめたところ，「〜に対する $\cdots$ の割合は △%」，「$\cdots$ の〜に対する割合は △%」，「〜の △% は $\cdots$」，「$\cdots$ は〜の △%」という 4 つの文の意味はどれも同じであるにもかかわらず，自分の頭で考えることなく「やり方」の暗記に頼るあまり，それらの意味を混乱していたのです．

関連する例を挙げると，食塩水の濃度は「塩 ÷（塩＋水）」を計算することになりますが，「『塩 ÷ 水』ですか，それとも『塩 ÷（塩＋水）』ですか？」という質問がいくつもあったのです．また，速さ・時間・距離に関する問題では，円の中に「は・じ・き」などと奇妙なものを書く癖があって，速さ・時間・距離の関係を誤って使うあきれた解答に限って，「は・じ・き」が残っていたのです．そして重要なことは，「食塩水の濃度の問題や，速さ・時間・距離の問題は，以前に習ったときにはよくできたのですが，『やり方』を忘れてしまって，多分，私の答えは正解にはなっていないと思います」という学生が相当多くいたことです．

要するに，そのように言うような学生諸君は，「やり方」中心の教育の犠牲者なのだと，私は悟ったのです．実際，「就活の算数」の夜間ボランティア授業

に対する感想は感激したものが多かったものの，気になったところも少なくありませんでした．それらには，「今まで受けてきた算数や数学の教育で，ものごとの意味をしっかり教えてくださった授業は他にありません」という共通した特徴があったのです．本書の 2 章以降では，そのような犠牲者をこれ以上出さないことを目的として，上で紹介したことがらを含めて，「やり方」中心の教育に陥りやすいところを丁寧に説明していきます．

ここで，最近の子どもたちが昔と比べて，比と割合の概念が苦手になったことを示す大規模調査結果のデータを紹介しましょう．2012 年度の全国学力テストから加わった理科の中学分野（中学 3 年対象）で，10%の食塩水を 1000 グラムつくるのに必要な食塩と水の質量をそれぞれ求めさせる問題が出題されました．その中で，「食塩 100 グラム」「水 900 グラム」と正しく答えられたのは 52.0%に過ぎなかったのです．昭和 58 年に，同じ中学 3 年を対象にした全国規模の学力テストで，食塩水を 1000 グラムではなく 100 グラムにしたほぼ同一の問題が出題されましたが，このときの正解率は 69.8%だったのです．

2017 年の前半に，教育熱心な大学の先生から電話が入り，「先生の書かれた『就活の算数』に感激しました．今の大学生は比と割合の概念が苦手で，「は・じ・き」は本当に困ります．ぜひ，私たちの大学の FD（教員研修会）に来ていただき，講演をしてください」という内容でした．喜んでお引き受けしました．それから数か月後に講演会は実現し，参加された教育熱心な先生方の姿勢に本当に心を打たれました．

1.4 試行錯誤のすすめ

かつて NHK のテレビに，「プロジェクト X～挑戦者たち～」という人気ドキュメンタリー番組がありました．5 年 9 か月にも渡った番組で，戦後の日本の発展に寄与した「成果」は番組の最後に紹介し，その前段階にある失敗や苦労を重ねる姿に光を当てた点が感動を呼びました．

およそ画期的な製品や発想を生み出したさまざまな過程を見ると，なかには偶然に思いついたものもありますが，多くの場合，その陰にはたくさんの失敗

や苦労があるものです．そのような段階での数多くの試行錯誤には，「何か手はある！」という諦めることのない精神が支えています．今後の社会構造を考えても，創造力をもった人材の育成が大切なことはいうまでもありません．そこで子どもたちに対する教育では，幼少時の頃からそのような精神を育むようにすることが期待されます．

算数教育では，スピードを競って単純な計算練習を繰り返し行うことや，「やり方」を真似するだけの問題を数多く解くことを別にすると，じっくり問題に取り組むときには，いろいろな試行錯誤を頭の中で行っているものです．

そのように算数の問題に取り組むことは，上記の精神を育む上で幅広くプラスに作用しますが，できればアクティブラーニングをも念頭に置いて，多くの子どもたちが参加して楽しくチャレンジできる問題が望ましいでしょう．そのためには，予備知識がほとんど不要で，算数・数学教育として意義のあるものが理想だと考えます．本書では，その点を考慮した問題も積極的に取り上げていくつもりです．

とりあえず本節では，2 つの問題を取り上げましょう．

問題 1 外見が同一のオモリが 13 個あり，そのうちの 1 つだけ他と重さが違うとする．それは他と比べて軽いか重いかは分かっていない．天秤を 3 回使ってそのオモリを決定する方法を述べよ．

解答を簡単に述べます．1 回目は，4 個のオモリの集合 S と 4 個のオモリの集合 T で比べます．その他の 5 個のオモリの集合を U とします．

（1）1 回目に釣り合った場合．

S と T は正常とわかるので，その中の 3 個のオモリと U の 3 個のオモリで，2 回目を比べます．これで（天秤がどちらかに）動けば，たとえば U の 3 個が上に動けば，その U の 3 個に軽いものがあるので，あと 1 回で決定できます．2 回目でも動かなければ，最後の 1 回は，正常な 1 個と U の他の 2 個のうちの 1 個を比べればよいのです．

（2）1 回目に釣り合わなかった場合．

S が上がって T が下がったとします（S が下がって T が上がった場合も同

様）．するとSに軽いかTに重いオモリがあることになります．2回目は，天秤の左にSから3個のオモリ，およびTから1個のオモリを乗せ，天秤の右にはSから1個のオモリ，およびUからの正常な3個のオモリを乗せます．このとき，次の（ア），（イ），（ウ）に分けて考えます．

（ア）左が上がって右が下がる場合．

左に乗せたSからの3個のオモリに軽いものがあるので，あと1回で違うオモリを決定できます．

（イ）釣り合った場合．

2回目に乗せなかったTの3個のオモリに重いものがあるので，あと1回で違うオモリを決定できます．

（ウ）左が下がって右が上がる場合．この状況では，2回目に左に乗せたTの1個のオモリか右に乗せたSの1個のオモリが違うものになるので，あと1回で違うオモリを決定できます．

上の問題は，次の定理に拡張できます（$n=2$ の場合が上の問題）．

13個のオモリの場合が理解できた次には，$n=3$ の場合（オモリの個数は40個）にチャレンジしてみることをお勧めします．

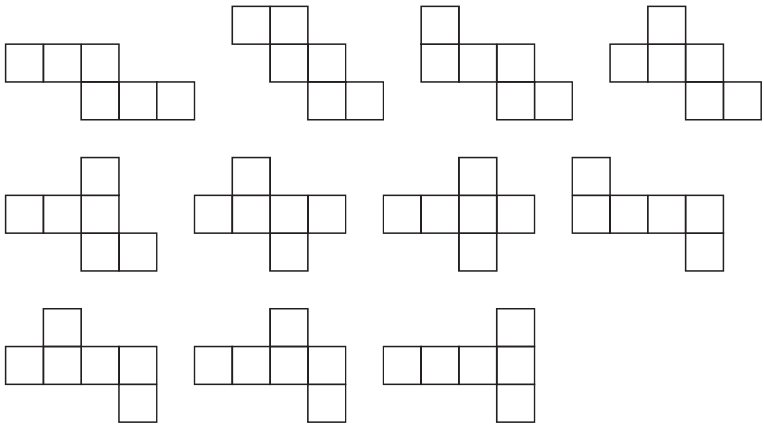
定理 n を自然数とし，外見が同一のオモリが $\dfrac{3^{n+1}-1}{2}$ 個ある．そのうちの1つだけ他と重さが違うとし，それは他と比べて軽いか重いかは分かっていない．このとき，天秤を $n+1$ 回使ってそのオモリを決定することができる．

実は，オモリが13個の場合の問題は，現在までの大学教育人生40年間で，たまに学生にチャレンジさせてきました．そして，大きな流れを感じています．それは，以前は解けるまでほとんどの学生がチャレンジしていましたが，現在はものの2，3分考えただけで，「先生，この問題のやり方を教えてください」という学生が次々と現れます．要するに，ものの2，3分しか考えないのです．以前は30分を経過した頃に，「それでは解答を発表しましょう」と言うと，「先生，いま考えているから，答えを言うのはやめてください」と“抗議”する学生が何人もいました．今後，そのような学生が復活することを心から期待してい

ます.

問題 2 立方体の展開図は何種類できるかを求めよ.

先に答えを述べると，下図の 11 種類になります.



この問題で大切なことは，いろいろと試行錯誤しながら 11 種類を各自で見つけることなのです．仮に 9 種類しか見つけられなくても，試行錯誤して探すことが大切なのです.

かつて小学生に対する出前授業の後に，引き続いて保護者向けの講演をしました．そのときこの問題も取り上げましたが，ある保護者から「先生，この問題は『答えが 11 個』ということを子どもに覚えさせておけばいいのではないでしょうか」と言われて，心底参ってしまいました.

一方，桜美林大学の 2017 年度ゼミナールに所属する数学的センスの良い女子学生に，受けてきた教育を探る質問をしたとき，「私が学んだ小学校では，立方体の展開図が全部で何個あるかを皆で考えたりするような楽しい授業がたくさんありました」と答えたのです．そのとき私は小躍りして，それと同じことを拙著に書いたことを伝えました.

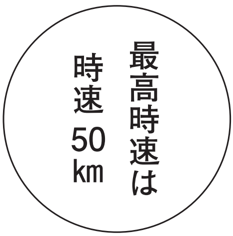
テレビゲームやスマートフォンが全盛の現在，平面的なそれらとは本質的に違う立体的な遊びが大切になっています．工業立国日本を興した大企業では，

いまだに昔の機械を動くようにして，立体的センスを養うための新入社員教育を行っているほどです．展開図の学びは，その意味からも意義のあることなのです．

1.5 記号は言葉，数式は文章

現在の道路標識で「最高速度は時速 50 km」や「駐車可」を示すものは下図です．

もし上図の標識を下図のように示したらどうなるでしょうか．おそらく車は，標識の前で一時停止せざるを得なくなるでしょう．



上のことから，記号とは何らかの言葉であって，曖昧でなく，覚えやすく，見やすいものでなければならないのです．そして，意味が分からない道路標識に対しては気軽に他人に質問するように，その意味が分からなくなったり忘れたりしたときには，遠慮なく質問して学習を効率的に進めればよいのです．この点がとくに留意すべきでしょう．

ところが数学嫌いな人に限って，恥ずかしがって分からない記号の意味を他