EViewsによる応用ファイナンス入門

第3章

市場リスク分析

- 第3章で利用している次の項目について具体的に解説します。
  – シングルインデックスモデル

シングルファクターモデル

- 収益率を予測可能な部分と、予測できない部分に分ける

$$r_i = E(r_i) + e_i$$

- 予測できない部分e_iの平均は0とし、リターンの分散はσ_iとする
- 全ての証券のリターンに影響を与える共通ファクターmが存在すると考える

$$r_i = E(r_i) + m + e_i$$

- マクロ経済ファクターmは平均0で、標準偏差σ_mとする

シングルファクターモデル

- mとe_iは相関していないと考えるのでリターンの分散は次のように表現できる

$$\sigma_i^2 = \sigma_m^2 + \sigma^2(e_i)$$

- 共通ファクターmは全ての証券と相関を持つ
- e_iは企業固有の驚き
- 2つの異なる証券の共分散は次のようになる

$$Cov(r_i, r_j) = Cov(m + e_i, m + e_j) = \sigma_m^2$$

シングルファクターモデル

- 企業によってマクロ経済のショックに対する反応は異なる

$$r_i = E(r_i) + \beta_i m + e_i$$

- リターンは企業ごとに異なる係数β_iによって左右される
- この時の総リスクは次のように表現できる

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma^2(e_i)$$

- よって共分散は

$$Cov(r_i, r_j) = Cov(\beta_i m + e_i, \beta_j m + e_j) = \beta_i \beta_j \sigma_m^2$$

シングルインデックスモデル

$$r_i = E(r_i) + \beta_i m + e_i$$

- 共通ファクターは何か?
- TOPIXなどのインデックスの収益率などをマクロ経済変数の代理変数として利用する

$$R_i(t) = \alpha_i + \beta_i R_M(t) + e_i(t)$$

R_MとR_iは超過リターンで

$$R_M = r_M - r_f$$

$$R_i = r_i - r_f$$

期待リターンとベータ

$$R_i(t) = \alpha_i + \beta_i R_M(t) + e_i(t)$$

- 誤差項の期待値はゼロであることから、インデックスモデルの期待値を取ると、

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_M)$$

- 証券のリスクプレミアムはインデックスに影響されるシステマティックリスクプレミアムと、企業固有のリスクプレミアム(定数項)に分けて考えることができる

マルチファクター･モデル

- 個々の証券のリターンを各種マクロ経済ファクターの変化と感応度の積の和で表現する

$$r_i = E(r_i) + \beta_{iGDP} GDP + \beta_{iIR} IR + e_i$$

- GDPとIRはそれぞれ成長率と変化率で、期待値をゼロとする
- 係数はファクター感応度、ファクター負荷、またはファクターベータと呼ばれる

マルチファクター・モデル

- CRR (1986)の提案したマルチファクター・モデル

IP=鉱工業生産の%変化
EI=期待インフレ率の%変化
UI=予期しないインフレ率の%変化
CG=長期社債の長期国債(T-ボンド)に対する超過リターン
GB=TボンドのTビルに対する超過リターン

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_{iIP} IP_t + \beta_{iEI} EI_t + \beta_{iUI} UI_t + \beta_{iCG} CG_t + \beta_{iGB} GB_t + e_{it}$$

ファーマーフレンチ

- Fama and French (1996) はシステマティックリスクの発生源としてマクロ経済ファクターに代わる次のようなモデルを提案した

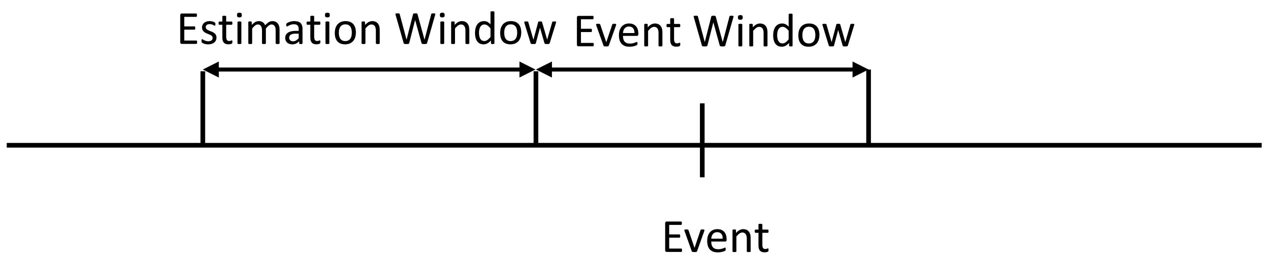
$$r_{it} = \alpha_i + \beta_{iM}R_{Mt} + \beta_{iSMB}SMB_t + \beta_{iHML}HML_t + e_{it}$$

- SMB(スモール・マイナス・ビッグ)
  - 大型株ポートフォリオのリターンを引いた小型株ポートフォリオの超過リターン
- HML(ハイ・マイナス・ロウ)
  - 低簿価時価比率ポートフォリオのリターンを引いた高簿価時価比率株ポートフォリオの超過リターン

イベント・スタディ分析

- 目的:経済上のイベントが企業価値に与える影響を測定すること
- 仮定:市場は合理的である。すなわち、イベントの影響は直ちに資産価格に反映される
- 方法:平時(推定ウィンドウ)でマーケットモデルを推定し、イベント発生前後(イベントウィンドウ)におけるSCAR(標準化累積異常リターン)の仮説検定を行う

イベント・スタディ分析



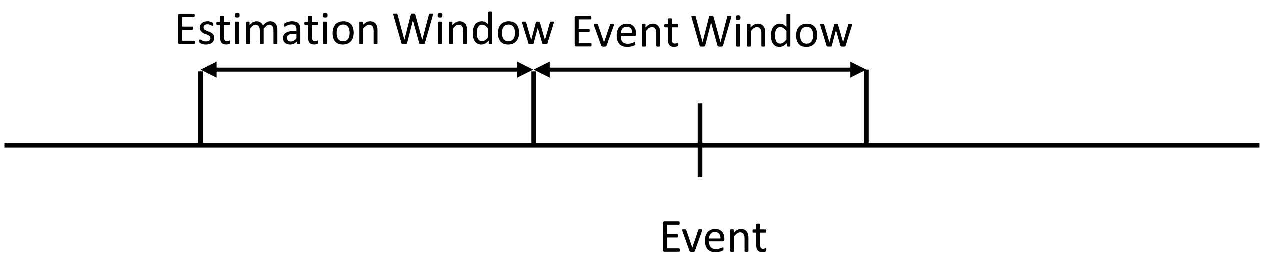
- イベントウィンドウ:イベント発生前後の20日(合計41日間)
- 推定ウィンドウ:イベントウィンドウの直前の120日間
- 推定ウィンドウで企業iのマーケットモデルを推定する

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{Mt} + \epsilon_{it}$$

- イベントウィンドウで推定値を利用して異常リターン (Abnormal Return) を求める

$$\hat{\epsilon}_i \sim N(0, \hat{\sigma}_i^2)$$

イベント・スタディ分析



$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{Mt} + \epsilon_{it}$$

- さらにその累積値として累積異常リターン(Cumulative Abnormal Return)を求める

$$\widehat{\mathrm{CAR}_i}(t_1, t_2) \equiv \sum_{t=t_1}^{t_2} \hat{\epsilon}_i$$

イベント・スタディ分析

- 最後にCARを標準化する

$$\widehat{\mathrm{SCAR}}_i(t_1, t_2) \equiv \frac{\widehat{\mathrm{CAR}}_i(t_1, t_2)}{\hat{\sigma}_i}$$

- SCARは自由度(L1-2)のt分布に従う
- L1は推定ウィンドウのサンプルサイズ
- L1が50前後あれば標準正規分布でも近似可能
- 複数の証券についてイベント・ウィンドウに重なりがないならば、異なる証券の異常リターンに相関はないという仮定の下、仮説検定が可能。
- 重なりがある場合はBernard (1987)などを参照の事

バリューアットリスク

- 保有している金融資産の対する最大損失を推定する
- 時間がkだけ経過した時の損失関数LがVaRを超える確率は

$$p = \Pr[L(k) \geq VaR] = 1 - \Pr[L(k) < VaR]$$

- 損失関数Lの累積分布関数をF_k、そのパーセンタイルをqとすると

$$x_q = \inf\{x | F_k(x) \geq q\}$$

- infはカッコ内の条件を満たすxの分位点を求める

VaR

- バリューアットリスク(VaR)の分析は損失関数の累積分布$F_k(x)$を推定することに等しい

- VaRの代表的な推定方法
  1)リターンの標本標準偏差
  2)RiskMetrics(IGARCHモデル)
  3)GARCHモデル

リターンの標準偏差

- リターンの標準偏差を利用する
- テール確率1%の場合
- k日後のVaR

$$\mathrm{VaR} = Position \times 2.326\sqrt{k} \times \sigma$$

IGARCH

- リターンを用いてIGARCHモデルを利用し、ボラティリティを推定する

$$r_t = \mu_t + u_t$$

$$u_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha \sigma_{t-1}^2 + (1-\alpha) r_{t-1}^2$$

ただし、

$$\mu_t = 0, \quad 0 < \alpha < 1$$

- 次に解説するGARCHモデルでは時間とともにボラティリティが減衰するが、IGARCHモデルは変動が持続することをモデル化している

GARCH

- リターンのボラティリティをGARCH(1,1)モデルで推定する場合

$$r_t = \mu_t + u_t$$
$$u_t = \sigma_t \varepsilon_t$$
$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

ただし、

$$0 \leq \alpha, 0 \leq \beta, \alpha + \beta < 1$$

ε_tは標準正規分布かまたはt分布に従う

t分布の分散

- 正規分布に従う確率変数Xを標準化する

$$Z = \frac{X-\mu}{s}$$

- t分布に従う確率変数Yの分散は自由度(v>2)によって決まる

$$V(Y) = \frac{v}{v-2}$$