

接点を求めるには、 $y=\sqrt{k}$ を $py=rk+w+\pi$ に代入して、

$$rk-p\sqrt{k}+w+\pi=0$$
 すなわち $r(\sqrt{k})^2-p\sqrt{k}+w+\pi=0$

これを \sqrt{R} についての 2 次方程式とみて、判別式が 0 となる条件

$$D = p^2 - 4r(w + \pi) = 0$$

から、最大利潤は $\hat{\pi} = \frac{p^2}{4r} - w$ となります。

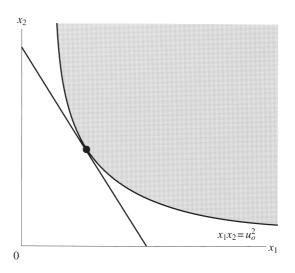
一方、重根 \sqrt{k} の値は、解の公式から、

$$\sqrt{k} = \frac{p}{2r}$$
\$ $>$ 7 $\hat{k} = \frac{p^2}{4r^2}$

となります。このとき、 $\hat{y} = \frac{p}{2r}$ となります。

【例12-2】費用最小化

効用 u_0 を一定とすると、 $u_0 = \sqrt{x_1 x_2}$ をみたす (x_1, x_2) の関係は (x_1, x_2) 平面上の曲線、直角双曲線 $x_2 = \frac{u_0^2}{x_1}$ として表されます。この曲線は平面を 2 つに分けています。上方の領域は不等式 $u_0 \ge \sqrt{x_1 x_2}$ をみたす点 (x_1, x_2) から成ります。これは、効用関数を $u_0 = \sqrt{x_1 x_2}$ とするとき、 u_0 以上の効用を与える点 (x_1, x_2) の領域



です (図12-4)。

 $u_0=\sqrt{x_1x_2}$ の両辺を 2 乗すると、 $x_1x_2=u_0^2$ となります。すると、求める領域は第 1 象限で、双曲線 $x_2=\frac{u_0^2}{x_1}$ の上方になります。

つぎに、 x_1 と x_2 の価格を<u>それぞれ p_1 , p_2 として</u>、費用 $p_1x_1+p_2x_2$ を最小化します。この費用は、第9話の相加平均と相乗平均の関係から、

$$p_1x_1 + p_2x_2 \ge 2\sqrt{p_1p_2x_1x_2} = 2\sqrt{p_1p_2}u_0$$

等号は、 $p_1x_1=p_2x_2$ のときに成り立ちます。よって、 $x_1x_2=u_0^2$ に $x_2=\frac{p_1x_1}{p_2}$ を代入して、 $x_1^2=u_0^2\frac{p_2}{p_1}$, $x_1=u_0\sqrt{\frac{p_2}{p_1}}$, $x_2=u_0\sqrt{\frac{p_1}{p_2}}$ を得ます。

最小費用 $c=2\sqrt{p_1p_2}u$ を価格 p_1,p_2 と効用uの関数とみなすとき、それを最小 支出関数とよびます。

【例12-3】間接効用関数

これまでは明示的に考慮してきませんでしたが、財の量は非負、すなわち正か 0 です。したがって、 $x_1 \ge 0$, $x_2 \ge 0$ です。次に、所得 I が与えられたとき、その所得 I をすべて使う必要はありませんので、予算制約を、 $p_1x_1 + p_2x_2 \le I$ という不等式で表すことができます。