『微分方程式への誘い』正誤表（第１版第１刷）

(2018 年 10 月 18 日制作)

演習問題の解答に誤りがありました．お詫びして訂正します．

p.265「演習問題 7 の解答 1,2」は正しくは「演習問題 6 の解答 5,6」,「演習問題 7 の解答 3」は「演習問題 7 の解答 1」の誤りです．また,「演習問題 7 の解答 2〜6」は以下のように追加いたします．また，p.91 の第 2 問と p.124 の第 3 問に誤りがありました．

p.91 の第 2 問

(1) 誤：$+11'$ →　正：$+11x'$

p.124 の第 3 問

(1) 誤：$-xy'$ →　正：$-4x'$　(2) 誤：$\cdots = 6xe^{2t}$ →　正：$\cdots = -6te^{2t}$

です．併せてお詫びいたします．

演習問題 6 と 7 の解答 (p.265-266) について，番号を付け替え内容を正しく修正したものを，以下に示します．

演習問題６ (p.91)

1. (1) e^{2t}, e^{-2t}．(2) e^{3t}, e^{-2t}．(3) $\cos 2t, \sin 2t$．(4) $e^{-t/2}\cos(\sqrt{3}t/2)$, $e^{-t/2}\sin(\sqrt{3}t/2)$

2. (1) e^t, e^{2t}, e^{3t}．(2) $e^t, e^{-t/2}\cos(\sqrt{3}t/2), e^{-t/2}\sin(\sqrt{3}t/2)$

3. $\lambda = 0$ のとき解は $x(t) = c_1 t + c_2$ であるが，$x(0) = x(\pi) = 0$ となるのは $c_1 = c_2 = 0$ で自明な解しかない．$\lambda \neq 0$ のとき $\lambda > 0$ と仮定してもよい．そのとき解は $x(t) = c_1 \cos \lambda t + c_2 \sin \lambda t$ である．$x(0) = 0$ より $c_1 = 0$．このとき $c_2 \neq 0$ としてよい．$x(\pi) = 0$ より，$c_2 \sin \lambda\pi = 0$ であるから，$\lambda = n$（n は自然数）．解は $x = c \sin nt$ ($c \neq 0$，n は自然数)．

4. $x = ce^{kt}$ であれば，$x' = kx$，$x'' = k^2 x$ であるから，$xx'' = k^2 x^2$，$(x')^2 = k^2 x^2$ となり x は解である．たとえば $x_1 = e^t$，$x_2 = e^{2t}$ は解であるが，$x = x_1 + x_2$ とすれば，$xx'' = e^{2t} + 5e^{3t} + 4e^{4t}$，$(x')^2 = e^{2t} + 4e^{3t} + 4e^{4t}$ であるから $x_1 + x_2$ は解ではないから，解の全体は線形空間にならない．

5. (1) 付随する斉次方程式の基本解は e^{3t}, e^{-2t} である．非斉次方程式の特殊解は $x = u_1 e^{3t} + u_2 e^{-2t}$ とおけば，$u_1 = -(3t+1)e^{-3t}/9$，$u_2 = -(2t-1)e^{2t}/4$ ゆえに一般解は $x = \{-(3t+1)/9 + c_1 e^{3t}\} + \{-(2t-1)/4 + c_2 e^{-2t}\} = -\dfrac{5}{6}t + \dfrac{5}{36}$．

(2) $x = at^2 + bt$ とおいて特殊解を探す．$2a + 2at + b = t + 2$ より，$a = \dfrac{1}{2}$，$b = 1$，斉次方程式の基本解として $1, e^{-t}$ がとれるので一般解は $x = c_1 + c_2 e^{-t} + \dfrac{t^2}{2} + t$．(3) $x = (at + b)e^t + (ct + d)e^{2t}$ の形の特殊解を探すと $x = \dfrac{t}{2}e^t + \dfrac{1}{3}e^{2t}$ が得られ，一般解は $x = \dfrac{t}{2}e^t + \dfrac{1}{3}e^{2t} + c_1 e^t + c_2 e^{-t}$．(4) $x = a \cos t + b \sin t$ の形の特殊解を探す．$-a \cos t - b \sin t + a \sin t - b \cos t = \sin t + 2 \cos t$ より $a = -1/2$，$b = -3/2$．ゆえに一般解は $x = c_1 + c_2 e^t - (1/2) \cos t - (3/2) \sin t$．

6. (1) 付随する斉次方程式の特性方程式は，$s^2 + 4s + 5 = 0$ より $s = -2 \pm i$．非斉次方程式の特殊解として $x = ae^t$ とすれば，$a = 1$，ゆえに一般解は $x = e^t + e^{-2t}(c_1 \cos t + c_2 \sin t)$．初期条件より $c_1 = -1$，$c_2 = -3$．(2) 付随する斉次方程式の一般解は $x = e^t(c_1 \cos 2t + c_2 \sin 2t)$．特殊解は $x = 4 \cos t - 2 \sin t$．初期条件を考慮すれば $x = e^t(-4 \cos 2t + 3 \sin 2t) + 4 \cos t - 2 \sin t$．

演習問題７ (p.124)

1. (1) $x = e^{2t}(c_1 + c_2 t)$．(2) $(D-1)(D^2+1)x = 0$ であるから $x = c_1 e^t + c_2 e^{it} + c_3 e^{-it} = C_1 e^t + C_2 \cos t + C_3 \sin t$．(3) 特殊解は $x = \dfrac{e^{2t}}{3(D-2)} - \dfrac{e^{2t}}{3(D+1)} = \dfrac{1}{9}(3t-1)e^{2t}$．一般解はこれに $c_1 e^{2t} + c_2 e^{-t}$ を加えて $x = e^{2t}(t/3 + C_1) + C_2 e^{-t}$．(4) $x = ae^t$ の形の特殊解を探すと $a = -1/15$．したがって $x = -e^t/15 + c_1 e^{2t} + c_2 e^{-2t} + c_3 \cos 2t + c_4 \sin 2t$．

2. $\mathcal{L}\{x\} = X$ とする．(1) $X(s) = \dfrac{s-5}{(s-2)(s-3)} = \dfrac{3}{s-2} - \dfrac{2}{s-3}$ であるから，$x = 3e^{2t} - 2e^{3t}$．(2) $X(s) = \dfrac{2s^2+3}{(s+1)(s^2+1)} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{5}{s+1} - \dfrac{s}{s^2+1} + \dfrac{1}{s^2+1}\right)$ であるから，$x = \dfrac{5e^{-t} - \cos t + \sin t}{2}$.

(3) $X(s) = \dfrac{s^2+2s-2}{(s+1)(s+2)(s-1)} = -\dfrac{2}{3(s+2)} + \dfrac{3}{2(s+1)} + \dfrac{1}{6(s-1)}$ であるから，$x = -\dfrac{2}{3}e^{-2t} + \dfrac{3}{2}e^{-t} + \dfrac{1}{6}e^{t}$.

(4) $X = \dfrac{1}{s-2} - \dfrac{s-1}{s^2-3s+3} = \dfrac{1}{s-2} - \dfrac{s-3/2}{(s-3/2)^2+3/4} - \dfrac{1}{\sqrt{3}}\dfrac{\sqrt{3}/2}{(s-3/2)^2+3/4}$ となり，$x = e^{2t} - e^{\frac{3}{2}t}\cos\dfrac{\sqrt{3}}{2}t - \dfrac{1}{\sqrt{3}}e^{\frac{3}{2}t}\sin\dfrac{\sqrt{3}}{2}t$.

3. (1) $X = \dfrac{1}{5}\left(\dfrac{3}{s-3} - \dfrac{5}{s-1}\dfrac{2s-3}{s^2-2s+2}\right)$ となり，$\dfrac{2s-3}{s^2-2s+2} = \dfrac{2(s-1)-1}{(s-1)^2+1} = \mathcal{L}\{2e^t\cos t - e^t\sin t\}(s)$ である．$x = \dfrac{1}{5}(3e^{3t} - 5e^t + 2e^t\cos t - e^t\sin t)$.　(2) 定理 7.4 を使う．$X = \dfrac{1}{(s-2)^4}$ となり，$x = t^3e^{2t}$.

4. $\mathcal{L}\{x_1\} = X_1$, $\mathcal{L}\{x_2\} = X_2$ とする．(1) $X_1 = \dfrac{(s-1)-1}{(s-1)^2+1}$, $X_2 = \dfrac{(s-1)+1}{(s-1)^2+1}$ であるから，$x_1 = e^t(\cos t - \sin t)$, $x_2 = e^t(\cos t + \sin t)$. (2) $X_1 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{s-1} + \dfrac{2}{s} - \dfrac{3}{s+1}\right)$, $X_2 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{s-1} - \dfrac{2}{s} + \dfrac{3}{s+1}\right)$ となり，$x_1 = \dfrac{1}{2}(e^t + 2 - 3e^{-t})$, $x_2 = \dfrac{1}{2}(e^t - 2 + 3e^{-t})$.

5. $\mathcal{L}\{f\} = \dfrac{e^{\frac{s}{2}} - 1}{s(e^{\frac{s}{2}} + 1)}$.

6. $\mathcal{L}\{f\} = \dfrac{e^{as} - 1}{s^2(e^{as} + 1)}$.